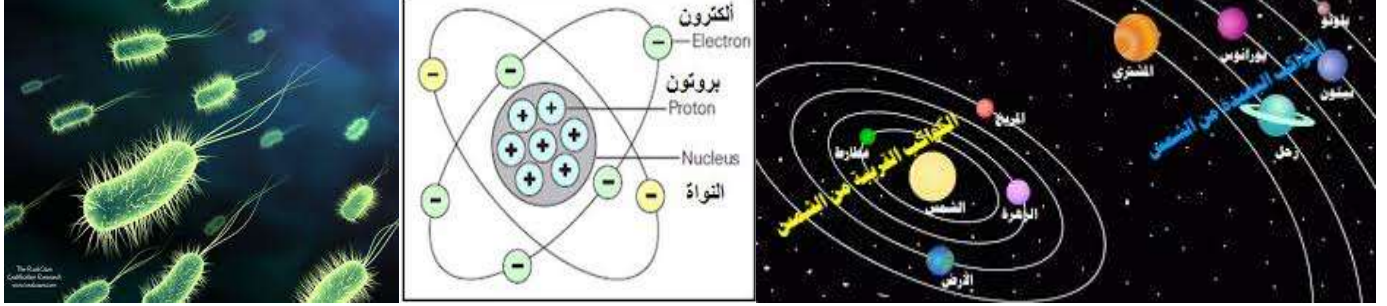


3 coll

القوى

مقدمة :

عند التعامل مع الأعداد الصغيرة جداً كطول البكتيريا والألكترونات أو الأعداد الكبيرة جداً كالمسافة بين الكواكب والشمس , فقد تحتاج إلى كتابة هذه الأعداد على شكل قوة لها أساس وأس.



1. قوى عدد حقيقي :

a عدد حقيقي غير منعدم و n عدد صحيح طبيعي¹ أكبر من 1 لدينا :

أساس أس

قوة

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ من العوامل}}$$

$$\begin{aligned} 0^n &= 0 \quad \checkmark \text{ بشرط } n \neq 0 \\ 0^0 &\text{ لا معنى لها} \quad \checkmark \\ a^0 &= 1 \quad \checkmark \text{ بشرط } a \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^n &\checkmark \text{ تقرأ } a \text{ أس } n \\ a^2 &\checkmark \text{ تقرأ } a \text{ أس } 2 \text{ أو } a \text{ مربع} \\ a^3 &\checkmark \text{ تقرأ } a \text{ أس } 3 \text{ أو } a \text{ مكعب} \end{aligned}$$

أمثلة :

$$\begin{aligned} 2018^0 &= 1 & ; & \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^0 = 1 \\ 1^0 &= 1 & ; & \quad 1^1 = 1 \\ 1^{-36} &= 1 & ; & \quad 1^{36} = 1 \end{aligned}$$

$5^3 = 125$	$5^{-3} = 0,008$
$5^2 = 25$	$5^{-2} = 0,04$
$5^1 = 5$	$5^{-1} = 0,2$
$5^0 = 1$	$5^0 = 1$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \quad ; \quad \sqrt{0.25} = \sqrt{0.5^2} = 0.5$$

$$\sqrt{3^5} = \sqrt{3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3} = 3 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

$$3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 3^2 \times 2^4 = 9 \times 16 = 144 = 12^2$$

¹ مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية هي : $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$

انتبه : $(a^n = b^n \Leftrightarrow a = b)$ و $(a + b)^n \neq a^n + b^n$ و $(a - b)^n \neq a^n - b^n$

$$a + a + a = 3a \longrightarrow 2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$$

$$a \times a \times a = a^3 \longrightarrow 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

$$(4 \times 2)^2 - 3 = 64 - 3 = 61$$

$$-5 + 2 \times 5^2 = -5 + 50 = 45$$

$$(-3)^2 = -3 \times -3 = 9$$

$$-3^2 = -(3 \times 3) = -9$$

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}^2 = 24$$

$$3^3 + 5^2 = 27 + 25 = 52$$

$$5^2 \times 2 + 4 = 25 \times 2 + 4 = 54$$

II. خاصيات القوى :

$a^n \times a^m = a^{n+m}$: عددان صحيحان نسبيا n و m ، عدد حقيقي a لدينا ²

أمثلة :

$$5^4 \times 5^2 = 5^{4+2} = 5^6$$

$$\sqrt{3}^{-2} \times \sqrt{3}^8 = \sqrt{3}^{-2+8} = \sqrt{3}^6$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$$

$$\sqrt{3}^4 = \sqrt{3}^{2+2} = \sqrt{3}^2 \times \sqrt{3}^2 = 3 \times 3 = 9$$

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$: عدد حقيقي غير منعدم a ، عددان صحيحان نسبيا n و m لدينا

أمثلة :

$$\frac{5^6}{5^4} = 5^{6-4} = 5^2 = 25 \quad ; \quad \frac{\sqrt{3}^6}{\sqrt{3}^{-4}} = \sqrt{3}^{6-(-4)} = \sqrt{3}^{10} \quad ; \quad \frac{\sqrt{3}^{-6}}{\sqrt{3}^4} = \sqrt{3}^{-6+4} = \sqrt{3}^{-2}$$

$(a^m)^n = a^{m \times n}$: عددان صحيحان نسبيا n و m ، عدد حقيقي a لدينا

أمثلة :

$$\sqrt{3}^8 = \left(\sqrt{3}^2\right)^4 = 3^4 = 81$$

$$\left(\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2 \times -3} = \left(\frac{1}{5}\right)^6$$

$$(3^2)^0 = 3^{2 \times 0} = 3^0 = 1$$

$$(3^5)^2 = (3^2)^5 = 3^{10}$$

² مجموعة الأعداد النسبية هي : $\mathbb{Z} = \{ \dots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots \}$

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$: عدد صحيح نسبي لدينا : a و b عدنان حقيقيان و n

أمثلة :

$$(3x)^2 = 3^2 x^2 = 9x^2 \quad ; \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 2^3 = \left(\frac{1}{2} \times 2\right)^3 = 1^3 = 1$$

$$(2\sqrt{3}x)^2 = 2^2 \times \sqrt{3}^2 \times x^2 = 4 \times 3x^2 = 12x^2$$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$: عدد حقيقي و b عدد حقيقي غير منعدم و n عدد صحيح نسبي لدينا :

أمثلة :

$$\left(\frac{3\sqrt{2}}{5}\right)^2 = \frac{(3\sqrt{2})^2}{5^2} = \frac{3^2 \sqrt{2}^2}{5^2} = \frac{9 \times 2}{25} = \frac{18}{25} \quad ; \quad \frac{(2\sqrt{5})^2}{\sqrt{5}^2} = \left(\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right)^2 = 2^2 = 4$$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$: عدد صحيح نسبي لدينا : a و b عدنان حقيقيان غير منعدمان و n

أمثلة :

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \quad ; \quad \sqrt{3}^{-2} = \frac{1}{\sqrt{3}^2} = \frac{1}{3} \quad ; \quad \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$$

III. قوى العدد 10 :

n عدد صحيح طبيعي .

$$10^{-n} = \underbrace{0,000 \dots \dots \dots 01}_{n \text{ من الأصفار}} \quad \text{و} \quad 10^n = \underbrace{1000 \dots \dots \dots 0}_{n \text{ من الأصفار}}$$

أمثلة :

$$10^{-2} = 0.01$$

$$10^{-4} = 0.0001$$

$$10^{-6} = 0.000001$$

$$10^{-3} \times 10^4 = 10^{-3+4} = 10^1 = 10$$

$$1 \text{ milliard} = 10^9$$

$$1 \text{ trillion} = 10^{18}$$

$$1 \text{ gogol} = 10^{100}$$

$$10^2 = 100$$

$$10^4 = 10000$$

$$10^6 = 1000000$$

$$0,1 \times 10 = 10^{-1} \times 10^1 = 10^0 = 1$$

$$1 \text{ mille} = 10^3$$

$$1 \text{ million} = 10^6$$

$$1 \text{ billion} = 10^{12}$$

تطبيق :

أكتب الأعداد التالية على شكل $a \times 10^n$:

$$0,00000005 \quad ; \quad 127,53 \quad ; \quad 500000000 \quad ; \quad 120000$$

$$127,53 = 12753 \times 10^2$$

$$120000 = 12 \times 10^4$$

$$0,00000005 = 5 \times 10^{-8}$$

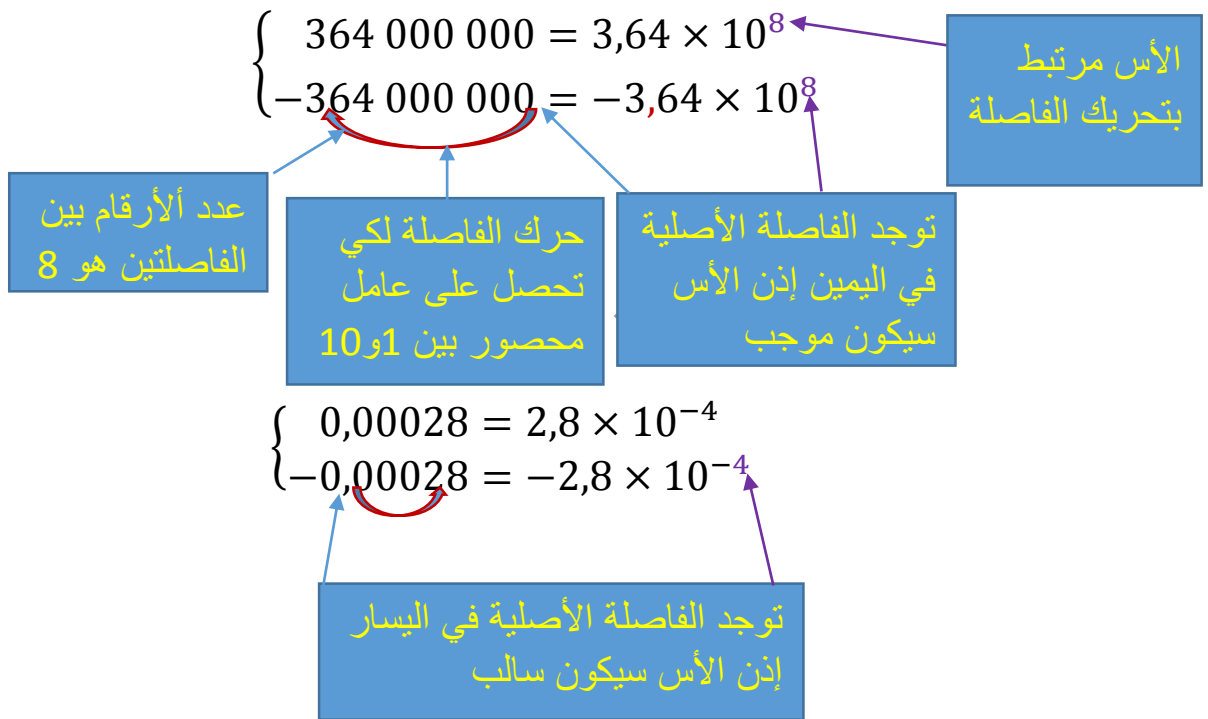
$$500000000 = 5 \times 10^8$$

IV. الكتابة العلمية :

الكتابة العلمية للعدد العشري x بحيث $x = a \times 10^n$ و n عدد صحيح نسبي هي :

$$-10 < a \leq -1 \quad \text{أو} \quad 1 \leq a < 10$$

أمثلة :



إذا كانت الفاصلة الأصلية في اليمين سيكون الأس موجب أما إذا كانت في اليسار سيكون الأس سالب

تطبيق :

✓ أكتب هذا العدد بالكتابة العلمية . يبلغ قطر شعرة الإنسان حوالي $0,000017\text{ m}$

$$0.000017m = 1,7 \times 10^{-5}m \quad \text{الجواب هو:}$$

✓ يمكن للجهاز الحاسوب المتطور أن يؤدي $135\,300\,000\,000\,000$ عملية في الثانية

أكتب هذا العدد بالترميز العلمي . **الجواب هو :** $1,353 \times 10^{14}$ عملية في الثانية.